On note $\mathcal{A}\mathbb{C})$ l'anneau des fonctions entières complexes. Soit $f \in \mathcal{A}\mathbb{C})$. Pour tout $r > 0$, on note $M(r, f)$ le module maximum de f dans le disque $D(0, r)$ de centre 0 et de rayon r et on note:

$\rho(f) = \limsup_{r \to +\infty} \frac{Log(Log(M(r,f)))}{Log(r)}$,

$\widetilde{\rho}(f) = \liminf_{r \to +\infty} \frac{Log(Log(M(r,f)))}{Log(r)}$,

$\sigma(f) = \limsup_{r \to +\infty} \frac{Log(M(r,f))}{r^{\rho}(f)}$,

$\widetilde{\sigma}(f) = \liminf_{r \to +\infty} \frac{Log(M(r,f))}{r^{\rho}(f)}$,

$\rho(f)$ est appelé *ordre de croissance de* f,
$\widetilde{\rho}(f)$ est appelé *ordre faible de croissance de* f,
$\sigma(f)$ est appelé *type de croissance de* f,
$\widetilde{\sigma}(f)$ est appelé *type faible de croissance de* f,

Théorème 1: *Soient* $f,\ g \in \mathcal{A}(\mathbb{C})$. *Alors.* $\rho(fg) \leq \max(\rho(f), \rho(g))$, $\rho(f^n) = \rho(f)\ \forall n \in \mathbb{N}^*$, $\rho(f+g) \leq \max(\rho(f), \rho(g))$.

Théorème 2: *Soient* $f,\ g \in \mathcal{A}(\mathbb{C})$. *Alors* $\sigma(fg) \leq \sigma(f) + \sigma(g)$ *et* $\sigma(f^n) = n\sigma(f)$.

Théorème 3: *Soit* $f \in \mathcal{A}(\mathbb{C})$ *tel que* $\widetilde{\sigma}(f) >, 0$. *Alors* $\rho(f) = \widetilde{\rho}(f)$.

Definition: Soient $f,\ h \in \mathcal{A}(\mathbb{C})$. On dit que h *est une petite fonction par rapport à* f si

$$\lim_{r \to +\infty} \frac{Log(M(r,h))}{Log(M(r,f))} = 0$$

Théorème 4: *Soient* $f,\ h. \in \mathcal{A}(\mathbb{C})$ *tel que* $\widetilde{\rho}(f)) > \rho(h)$. *Alors* h *est une petite fonction par rapport à* f.

Corollaire: *Soit* $f \in \mathcal{A}(\mathbb{C})$ *tel que* $\widetilde{\sigma}(f) > 0$ *et soit* $h \in \mathcal{A}(\mathbb{C})$ *tel que* $\rho(h) < \rho(f)$. *Alors* h *est une petite fonction par rapport à.* f.

Théorème 5: *Soient* $f,\ h. \in \mathcal{A}(\mathbb{C})$ *tel que* $\rho(h) = \rho(f)$ *et* $0 < \sigma(h) < \widetilde{\sigma}(f)$. *Alors* h *est une petite fonction par rapport à* f.

Lemme: *Soient* $f \in \mathcal{A}(\mathbb{C})$ *et soit* $h \in \mathcal{A}(\mathbb{C})$ *une petite fonction par rapport à* f. *Alors* $Log(M(r, f+h))$ *est de la forme* $Log(M(r,f))(1+\omega(r))$ *où* $\omega(r)$ *est une fonction définie dans* $[0, +\infty[$ *telle que* $\lim_{r \to +\infty} \omega(r) = 0$.

Théorème 6: *Soit* $f \in \mathcal{A}(\mathbb{C})$ *tel que* $0 < \rho(f) < +\infty$ *et soit* $h \in \mathcal{A}(\mathbb{C})$ *une petite fonction par rapport à* f. *Alors* $\rho(f+h) = \rho(f)$ *et* $\sigma(f+h) = \sigma(f)$.